



# 複雑ネットワークの数理モデル

## — 現実世界のフラクタル構造 —

### 複雑ネットワークとは?

身の回りの複雑系

- 人間関係
- 代謝系
- 生態系
- 交通網

構造は不均一かつ巨大  
見た目からは情報は少ない

すべての情報を捨てて  
極端な単純化をして  
ネットワークとして表現する

例 WEBリンク  
空港と航路

目的は  
共通性・法則を見つけること

理論化できる!!

### 未知のものを調べるには?

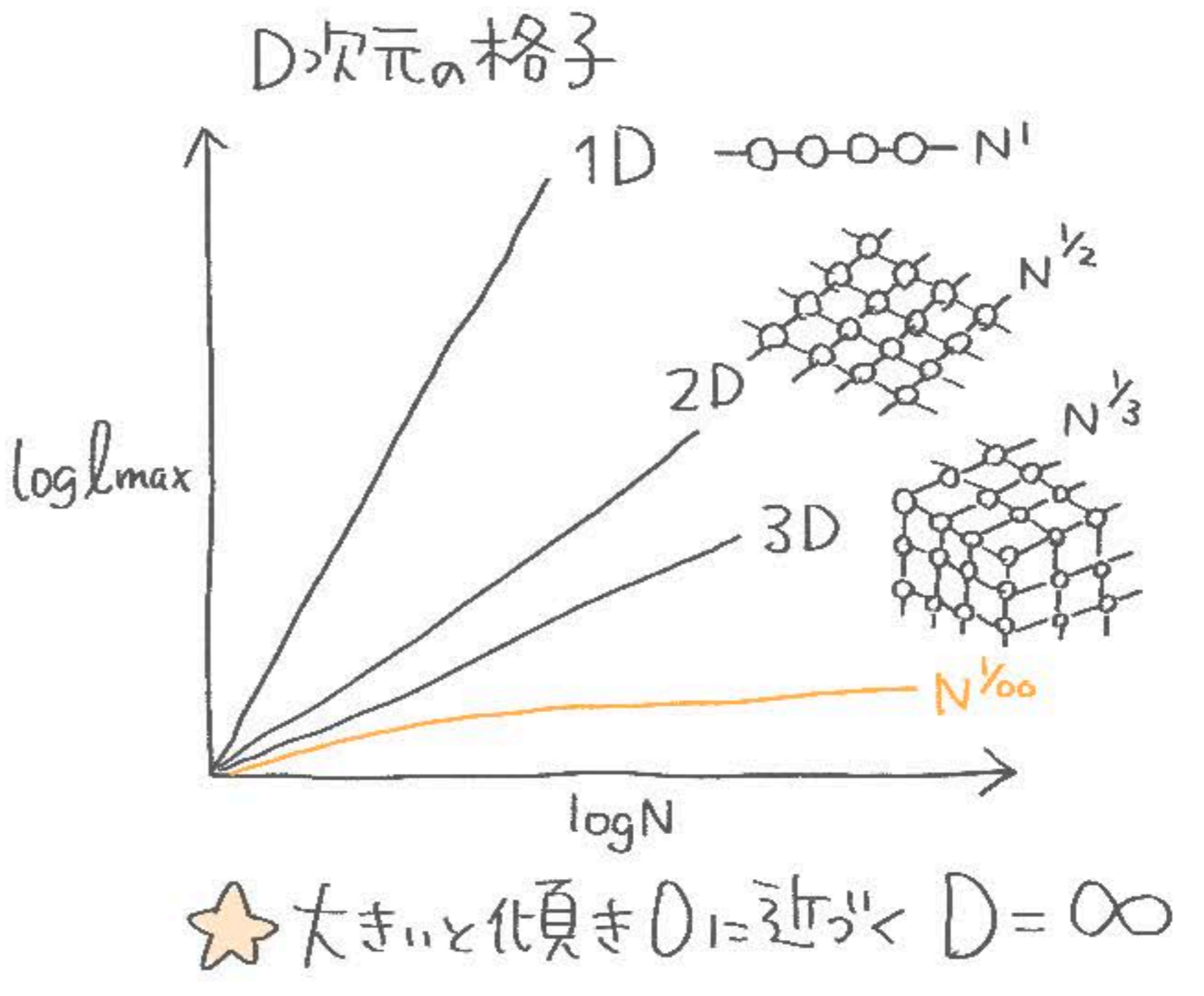
ネットワークの  
サイズ  $N = \text{ノード総数}$   
直径  $l_{max} = \text{ノード間距離}$   
最大値

例 4回媒介  $l_{ij} = 4$

距離  
乗っ掛け回数

★ 現実世界の複雑ネットワークで  
直径  $l_{max}$  とノード数  $N$  の関係は

$l_{max} \sim \log N$



### 普遍的性質1: スモールワールド性

情報伝達が速い + 三角関係の比率が高い

友達の友達は友達  
三角関係が多い  
世間は小さい

例 六次の隣接性  
人間関係ネットワークが  
スモールワールド性

### Watts-Strogatzモデル

a REGULAR:  $N$ 個のノード並ばり  
左右  $(k)/2$  までのノード間にエッジを張る

b SMALL WORLD: つなぎ替える確率  $P$   
ランダムに繋ぎなおす  
ネットワークの直径は小さい  
★ スモールワールド性のあるネットワーク構造になる

c RANDOM: 繋ぎ変えが多過ぎると  
三角は無くなってしまふ

例 村社会 徒歩圏内で  
SNS発展 地球の裏の人とも  
お喋り SNS上に出会う

### フラクタル構造とは?

現実世界のネットワークでは  
 $D_f$ 次元のフラクタル構造をもつ

例 雲 肺の血管 枝 海岸

例 ロマネスク・フロッキー  
どよだけ拡大しても同心形状  
フラクタル構造をもつ

### ネットワークで見ると?

ネットワークのスケール変換  
ネットワーク距離を使った粗視化

例 World Wide Webも  
スケール不変性がある

サイズ  $l_B$  のボックス  
 $l_B > l_{ij}$  のとき  
粗視化

### フラクタルの判別方法

現実世界のネットワークは  
フラクタルがあるかないか

海岸線: 半径  $l_B$  の球  
 $N_B \sim l_B^{-D}$   
フラクタル (直線線上に並ぶ)  
非フラクタル

ネットワーク: サイズ  $l_B$  のボックス  
 $l_B > l_{ij}$   
 $N_B = 4 (l_B = 2)$   
フラクタル構造をもつ

海岸線: 半径  $l_C$  の球  
内部画素数  $N_C$   
 $N_C \sim l_C^D$   
フラクタル  
非フラクタル

ネットワーク: 球が大きくなる  
= 何人の人に情報が到達したか

### 複雑ネットワークでのフラクタル構造

一部のネットワークでは  
フラクタル構造がある  
www 次元は2~6の間

距離  $l \gg l_{\xi} \rightarrow l \sim \log N$  スモールワールド性  
 $l \ll l_{\xi} \rightarrow l \sim N^{1/D_f}$  フラクタル構造

### 普遍的性質2 スケールフリー性

ノードがもつエッジの本数 = 次数  $k_i$

★ 次数分布は不平等な分布

$P(k) \sim k^{-\gamma}$   
( $2 \leq \gamma \leq 4$ )  
スケールフリー性

例 次数  $k_i = 19$  11ヶ空港

ほとんどは低次数ノード  
 $P(k) \sim k^{-\gamma}$   
無視できない割合の高次数ノード (ハブ)

### 多くの複雑ネットワークに共通の性質

- ① 次数に関するスケールフリー性
- ② 直径スケールの距離に関するスモールワールド性
- ③ 直径よりも小さいスケールでフラクタル性を有するネットワークもまた多く存在する

### ディスカッション

社会学アサクトから  
ネットワーク関係にした  
事例も

観測方法の段階が  
研究化しているものも

モデル化の前処理は  
データ集める  
研究にゆだねられる  
www や SNS は  
前処理不要!!

問題解決する  
ときの参考になるかも  
応用できそう

数学的な視点から  
解決能力が  
高まるかも

人間関係  
ネットワーク  
フラクタル  
非フラクタル  
するわけはある?

人間関係は  
フラクタル構造  
に依りえない

組織は  
非フラクタル化  
する方向に

フラクタル化すると  
情報伝達は  
遅くなる

組織として  
安定している  
フラクタル化している?

フラクタルは  
安定ではない

かたんに  
非フラクタルできるか  
戻すのは難しい

脳神経は  
同期しすぎると  
混乱、発作に

部分ごとに  
かたまり縦割りの  
フラクタル構造  
意志疎通できない  
↓  
もど意志疎通した!!!

ときどき  
理論的

人間関係は  
スモールワールド  
のが考えやすい?

フラクタル構造  
は特殊

どこの  
CSII  
ジョイント  
エッジ入るの?

どこの  
CSII  
ジョイント  
エッジ入るの?

全員で飲み会  
しなくても

11つか  
ジョイント  
つなげる

一気に  
SMALL  
WORLDに

★ 不安定性の活用